



Anais do
61º Congresso Brasileiro do Concreto
CBC2019
Outubro / 2019



@ 2019 - IBRACON - ISSN 2175-8182

COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS APROXIMADOS E O MÉTODO GERAL DE CÁLCULO DO EFEITO LOCAL DE SEGUNDA ORDEM EM PILARES DE

COMPARISON BETWEEN THE APPROXIMATE METHODS AND THE GENERAL METHOD OF CALCULATING LOCAL SECOND-ORDER EFFECTS IN REINFORCED CONCRETE COLUMNS

Wesley de Vasconcelos Rodrigues da Silva (1); Maria de Lourdes Teixeira Moreira (2)

(1) Eng. Civil, graduado na Universidade Federal do Piauí
e-mail: wesdevasconcelos@gmail.com

(2) Professora Doutora, Departamento de Estruturas da Universidade Federal do Piauí
E-mail: mmoreira@ufpi.edu.br

Resumo

Este trabalho compara os métodos aproximados e o método geral de cálculo do efeito local de segunda ordem em pilares de concreto armado, segundo a NBR 6118. Por serem simplificados, o método do pilar-padrão com curvatura aproximada e o método do pilar-padrão com rigidez k aproximada são muitas vezes escolhidos para o cálculo dos esforços solicitantes em pilares medianamente esbeltos. Por outro lado, o método geral apresenta resultados mais precisos, embora seja mais complexo. Uma planilha de cálculo criada pelo autor e o programa P-Calc foram utilizados para determinação das solicitações pelos métodos aproximados e geral, variando o esforço normal e o índice de esbeltez. Foi observado que a intensidade do momento total solicitante de cálculo aumentou conforme cresceu o esforço normal e o índice de esbeltez e ainda que o método do pilar-padrão com rigidez k aproximada apresentou resultados mais próximos ao método geral do que o método do pilar-padrão com curvatura aproximada, embora ambos estejam a favor da segurança na maioria dos casos.

Palavra-Chave: Pilar de concreto armado, Efeito local de segunda ordem, Curvatura aproximada, Rigidez k aproximada, Método Geral.

Abstract

This work compares the approximate methods and the general method of calculating local second-order effects in reinforced concrete columns, according to NBR 6118. Once they are simplified, the standard-column method with approximate curvature and the standard-column method with approximate k stiffness are often chosen to calculate the requested efforts in averagely slender columns. On the other hand, the general method provides more accurate results, although it is more complex. A calculation sheet created by the author and the software P-Calc were used to determine the calculation requests by the approximate and the general methods, varying the normal effort and the slenderness index. It was observed that the intensity of the total bending moment requested increased as the normal effort and the slenderness index increased and also that the standard-column method with approximate k stiffness provides results closer to the general method than the standard-column method with approximate curvature, although both are in favour of safety in most cases.

Keywords: Reinforced concrete column, Local second-order effect, Approximate curvature, Approximate k stiffness, General method.



Anais do
61º Congresso Brasileiro do Concreto
CBC2019
Outubro / 2019



@ 2019 - IBRACON - ISSN 2175-8182

1 Introdução

No dimensionamento de pilares de concreto armado, uma etapa fundamental é a determinação das ações atuantes, as quais podem ser de primeira ou segunda ordem. Os esforços calculados a partir da geometria indeformada de uma estrutura são chamados esforços de primeira ordem. Já os esforços que são acrescentados aos de primeira ordem quando o equilíbrio da estrutura é estudado na configuração deformada são chamados esforços de segunda ordem.

De acordo com Carvalho e Pinheiro (2013), a ação dos carregamentos verticais e horizontais faz com que os nós das estruturas se desloquem horizontalmente, o que provoca novos esforços. São os chamados efeitos globais de segunda ordem. É possível ainda que os eixos das barras da estrutura não se mantenham retilíneos devido ao carregamento. Neste caso, fala-se em efeitos locais de segunda ordem, os quais afetam principalmente os esforços solicitantes ao longo da própria barra. Em pilares-parede, é possível que uma região apresente falta de retilineidade mais acentuada que o pilar ao todo, onde surgem efeitos de segunda ordem maiores, chamados de efeitos localizados.

A NBR 6118 estabelece diversos métodos de cálculo para o cálculo do efeito local de segunda ordem em pilares de concreto armado, entre eles, o método geral, o método do pilar-padrão com curvatura aproximada e o método do pilar-padrão com rigidez k aproximada. A possibilidade de uso dos métodos depende do índice de esbeltez, o qual avalia a relevância dos efeitos locais de segunda ordem para o pilar. Devido à maior simplicidade na concepção e aplicação, os métodos aproximados são frequentemente utilizados quando se deseja calcular as solicitações em pilares sem o auxílio de métodos computacionais, seja com fins didáticos ou apenas para rápida verificação.

O objetivo deste trabalho é comparar o método do pilar-padrão com curvatura aproximada e o método do pilar-padrão com rigidez k aproximada com o método geral, a fim de avaliar se os resultados obtidos com os métodos aproximados são suficientemente semelhantes aos alcançados com a aplicação do método geral e até mesmo apontar qual dos métodos aproximados apresenta resultados mais próximos ao método geral para cálculo dos efeitos locais de segunda ordem em pilares de concreto armado.

2 Efeitos Locais de Segunda Ordem

Na determinação dos efeitos de segunda ordem é imprescindível a consideração da não-linearidade geométrica (NLG) e da não-linearidade física (NLF) das estruturas. A não-linearidade geométrica decorre do fato dos esforços solicitantes e tensões atuantes serem afetados pelo estado de deformação da estrutura, isto é, não há uma relação linear entre carregamentos atuantes e deformações, assim não é possível aplicar a superposição de efeitos quando a mudança de geometria é relevante. Já a não-linearidade física é resultado de uma combinação de várias características do concreto armado, como escoamento da armadura, fissuração e plastificação do concreto, fluência, entre outras, tendo como principal consequência prática a alteração do módulo de elasticidade do concreto armado devido à deformação (MONCAYO, 2011).



Devido à dificuldade imposta pela complexidade de aplicação do método geral na determinação de solicitações em pilares, o qual considera a não-linearidade geométrica e a não linearidade física de maneira rigorosa, a NBR 6118 aceita que métodos aproximados sejam utilizados para os casos de pilares medianamente esbeltos, por apresentarem efeitos locais de segunda ordem não tão relevantes. Esses métodos partem de simplificações da NLG e da NLG para estabelecer expressões de cálculo dos esforços.

2.1 Métodos Aproximados

2.1.1 Método do Pilar-padrão com Curvatura Aproximada

Segundo a NBR 6118, esse método aproximado é aplicável apenas a pilares com índice de esbeltez menor ou igual a 90, seção retangular ao longo do eixo e armadura simétrica constantes. A não-linearidade geométrica é considerada de maneira aproximada, assumindo que a curva de deformação do pilar pode ser interpretada como uma função senoidal. A não-linearidade física é levada em conta por meio de uma expressão aproximada da curvatura da seção crítica, avaliada pela expressão (ABNT, 2014):

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (\text{Equação 1})$$

Onde:

$1/r$ é a curvatura da seção crítica;

h é a altura da seção do pilar na direção considerada; e

v (ní) é a forma adimensional da força normal, dada por:

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (\text{Equação 2})$$

Com:

N_d sendo o esforço normal de cálculo;

A_c sendo a área da seção de concreto constante ao longo do eixo; e

f_{cd} sendo a resistência de cálculo do concreto à compressão.

De acordo com o item 15.8.3.3.2 da NBR 6118, o momento total máximo $M_{d,tot}$ calculado pela expressão a seguir, sendo seu valor superior ao momento mínimo de primeira ordem $M_{1d,min}$ e ao momento de primeira ordem $M_{1d,A}$ (ABNT, 2014):

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10r} \geq \begin{cases} M_{1d,min} \\ M_{1d,A} \end{cases} \quad (\text{Equação 3})$$

Onde:

α_b é o coeficiente apresentado no item 4.2.5.2;

N_d é o esforço normal de cálculo;

l_e é o comprimento equivalente; e

$1/r$ é a curvatura da seção crítica.



A primeira parcela da expressão de $M_{d,tot}$ corresponde ao esforço de primeira ordem e a segunda ao esforço de segunda ordem no pilar. A excentricidade de segunda ordem e_2 fica então definida por:

$$e_2 = \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} = \frac{l_e^2}{10} \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \quad (\text{Equação 4})$$

2.1.2 Método do Pilar-padrão com Rigidez k Aproximada

Esse método aproximado também é aplicável apenas a pilares com índice de esbeltez menor ou igual a 90, seção retangular contínua ao longo do eixo e armadura simétrica constantes. Da mesma forma que o método aproximado anterior, a não-linearidade geométrica é considerada de maneira aproximada, admitindo que a deformação do pilar seja definida por uma curva senoidal. Já a não-linearidade física é considerada por meio de uma expressão aproximada da rigidez (ABNT, 2014).

De acordo com o item 15.8.3.3.3 da NBR 6118, o momento total máximo $M_{d,tot}$ deve ser maior que o momento mínimo de primeira ordem $M_{1d,min}$ (calculado no item 4.3.1.4) e tem seu valor obtido por meio da majoração do momento de primeira ordem $M_{1d,A}$ (ABNT, 2014):

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \kappa/v}} \geq \begin{cases} M_{1d,min} \\ M_{1d,A} \end{cases} \quad (\text{Equação 5})$$

Onde κ (kapa) é a rigidez adimensional, calculada aproximadamente como:

$$\kappa = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{h N_d} \right) v \quad (\text{Equação 6})$$

Nota-se que o momento total máximo $M_{d,tot}$ a ser calculado também aparece na expressão de κ , desta forma, é necessário recorrer a um cálculo iterativo para solucionar o problema. A NBR 6118 afirma que são suficientes pelo menos duas ou três iterações para que o valor de $M_{d,tot}$ possa convergir (ABNT, 2014).

De acordo com Banki (2004), o processo iterativo nem sempre precisa ser adotado, sugerindo uma abordagem direta do problema, uma vez que a variável a ser encontrada aparece apenas em funções polinomiais, que podem ser resolvidas substituindo uma equação na outra e reorganizando os termos no formato de uma equação do segundo grau. A NBR 6118 apresenta a equação e os seus coeficientes da seguinte maneira (ABNT, 2014):

$$A \cdot M_{d,tot}^2 + B \cdot M_{d,tot} + C = 0 \quad (\text{Equação 7})$$

$$\begin{cases} A = 5h \\ B = h^2 N_d - \frac{N_d l_e^2}{320} - 5h \alpha_b M_{1d,A} \\ C = -N_d h^2 \alpha_b M_{1d,A} \end{cases} \quad (\text{Equação 8})$$



Anais do
61º Congresso Brasileiro do Concreto
CBC2019
Outubro / 2019



@ 2019 - IBRACON - ISSN 2175-8182

O esforço de segunda ordem (acréscimo de momento fletor) pode ser explicitado pela subtração entre o momento total máximo $M_{d,tot}$ e o momento de primeira ordem $M_{1d,A}$. Dividindo-se esse resultado pelo esforço normal de cálculo N_d , encontramos a excentricidade de segunda ordem e_2 :

$$e_2 = \frac{M_{d,tot} - \alpha_b M_{1d,A}}{N_d} \quad (\text{Equação 9})$$

2.2 Método Geral

Conforme a NBR 6118, o método geral de determinação dos esforços de segunda ordem é uma análise não-linear, executada com a discretização da barra em quantidade suficiente de segmentos para considerar a relação momento-curvatura real em cada seção (não-linearidade física e não-linearidade geométrica) de modo rigoroso. Esse método é aplicável a pilares de qualquer índice de esbeltez, desde que respeite o limite de esbeltez de 200, imposto para pilares de concreto pela norma. Isso torna esse método o único aceito para pilares com índice de esbeltez maior 140, sendo ainda o método mais preciso (ABNT, 2014).

2.2.1 Características do Método Geral

Diferente dos métodos anteriores, não existe qualquer restrição quanto às características do pilar, podendo ser aplicado inclusive a pilares com esforço lateral, com armadura não constante ao longo da barra ou com variação da área de concreto ao longo das seções. A seção do pilar pode ainda ter formato diferente do retangular. Trata-se de um método de verificação, sendo necessário o conhecimento da armadura existente.

Segundo Scadelai (2004), a aplicação do método geral envolve a resolução de equações diferenciais as quais nem sempre possuem solução direta usual, daí se faz necessária a aplicação de processos iterativos, o que apesar de aceitar algumas simplificações, ainda requerem significativo esforço de cálculo, tornando comum a utilização de softwares específicos para determinação dos esforços de segunda ordem em pilares.

Borges (1999) afirma que o método geral consiste em determinar o diagrama carga versus deslocamento do pilar por meio da aplicação sucessiva do método do equilíbrio, conforme aumenta a deformação do pilar e faz duas considerações relacionadas ao seu rigor: (a) admitir a curvatura como segunda derivada da equação da linha elástica e (b) ter sua precisão intimamente relacionada ao número de subdivisões da peça. No procedimento da excentricidade progressiva, o esforço normal é fixado e o momento fletor é variado pelo incremento progressivo da excentricidade (ver figura 1) até que sejam atingidos valores críticos de deslocamento, obtendo assim a excentricidade crítica.

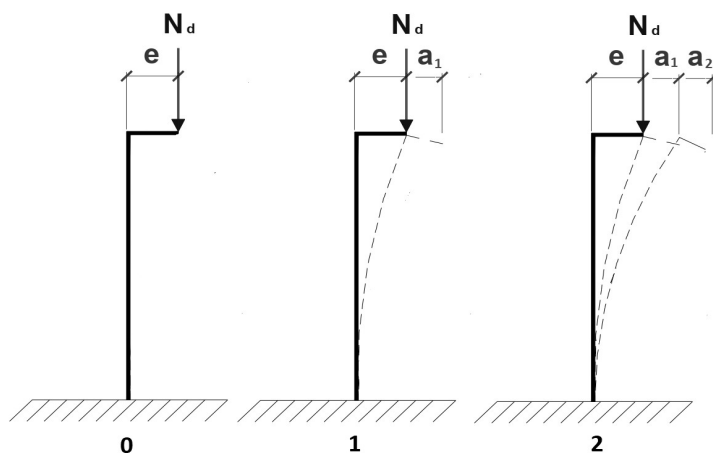


Figura 1 – Aumento da excentricidade a cada iteração (elaborado pelos autores (2019))

2.2.2 Método Geral e Diagrama M, N, $1/r$

O método geral usa a relação momento fletor-curvatura real em cada seção, dessa forma se faz necessário obter o diagrama N, M, $1/r$ ou, em termos adimensionais, o diagrama μ , ν , h/r , específico para cada caso de pilar a ser analisado (ver figura 2) ou para cada seção do pilar, caso as características do pilar, como dimensões da seção, área e distribuição da armadura, variem ao longo do eixo.

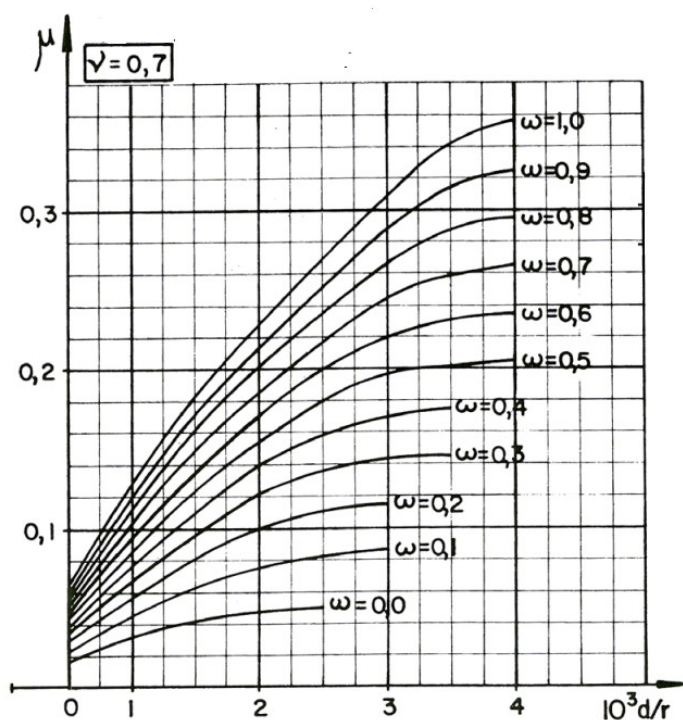


Figura 2 – Diagrama M, N, $1/r$ (Scadelai (2014))

A curvatura está associada às deformações do pilar, e estas se relacionam às tensões atuantes por meio de equações constitutivas. Sendo conhecidas as tensões, a deformação e a curvatura é possível calcular o esforço normal e o momento fletor para cada valor de curvatura, obtendo grupos de valores (M , N , $1/r$) interligados, ao qual se dá o nome diagrama M , N , $1/r$. Geralmente recorre-se ao auxílio computacional para sua elaboração. (BORGES, 1999).

2.2.3 Método Geral Aplicado com Variação da Flecha

Bacarji (1993 apud Scadelai, 2004) formulou o seguinte roteiro para verificação de um pilar cuja flecha a não é conhecida (ver Figura 3) e nem a expressão $y = y(x)$ da deformada, a ser resolvida por tentativas:

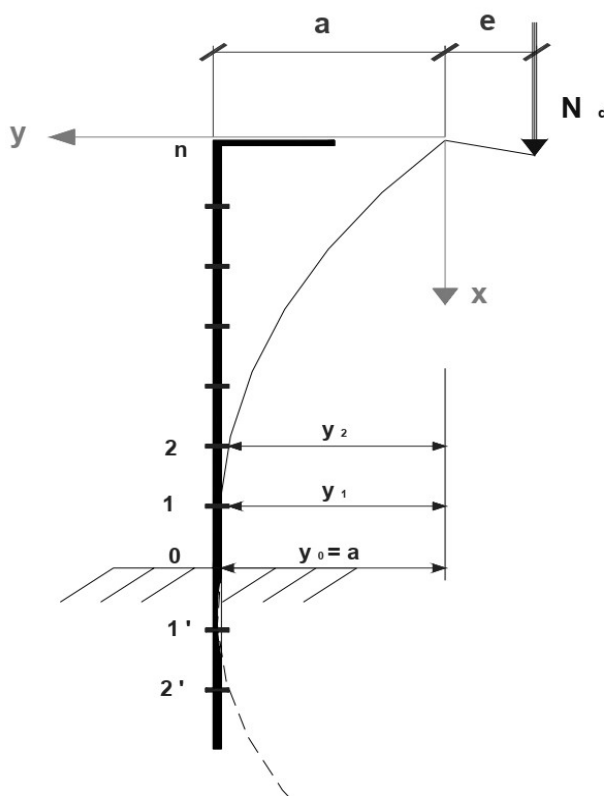


Figura 3 – Divisão do pilar em sucessivos segmentos para cálculo das flechas (Scadelai (2014))

a. Dividir o comprimento l pilar em n trechos de comprimento Δx cada:

$$\Delta x = \frac{l}{n} \quad (\text{Equação 10})$$

b. Arbitrar um valor para a flecha a :

$$y_0 = a \quad (\text{Equação 11})$$



- c. Com o esforço normal N_d , calcular o momento de segunda ordem $(M_{2d})_0$ no engastamento:

$$(M_{2d})_0 = N_d a \quad (\text{Equação 12})$$

- d. Conhecida a excentricidade de primeira ordem e_1 , calcular o momento fletor total na seção engastada (pode ser feito em termos adimensionais):

$$M_0 = (M_{1d} + M_{2d})_0 \quad (\text{Equação 13})$$

$$\mu_0 = \mu_1 + \mu_2 \quad (\text{Equação 14})$$

- e. Com o diagrama M, N, $1/r$ (ou diagrama μ , v , h/r), obter a curvatura $1/r_0$;
f. Sendo a curvatura a segunda derivada da linha elástica e aplicando o método das diferenças finitas, obter y_1 :

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0 = \frac{y_1 - 2y_0 + y_1}{\Delta x^2} = -\left(\frac{1}{r}\right)_0 \therefore y_1 = -\frac{\Delta x^2}{2} \left(\frac{1}{r}\right)_0 + y_0 \quad (\text{Equação 15})$$

- g. Repetir o processo a partir do item c, agora com y_1 :

$$(M_{2d})_1 = N_d y_1 \quad (\text{Equação 16})$$

$$M_1 = (M_{1d} + M_{2d})_1 \quad (\text{Equação 17})$$

- h. Utilizar novamente o diagrama M, N, $1/r$ e obter a curvatura $1/r_1$.

- i. Calcular y_2 pela expressão:

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)_0 = \frac{y_0 - 2y_1 + y_2}{\Delta x^2} = -\left(\frac{1}{r}\right)_1 \therefore y_2 = -\Delta x^2 \left(\frac{1}{r}\right)_1 - y_0 + 2y_1 \quad (\text{Equação 18})$$

- j. Continuar o processo para as demais seções, pela expressão genérica:

$$y_{i+1} = 2y_i - y_{i-1} - \Delta x^2 \left(\frac{1}{r}\right)_i \quad (\text{Equação 19})$$

- k. Na seção do topo, deve-se chegar a $y_n = 0$, caso contrário, recomenciar as tentativas do início, agora arbitrando um novo valor de flecha a .

De maneira resumida, pode-se dizer que o processo arbitra o valor da flecha inicial, calcula o momento de primeira e segunda ordem para aquela seção e, com isso, determina o valor da flecha da próxima seção, repedindo esse procedimento seção por seção até que se atinja o topo, onde deve ser verificada a flecha de valor zero (origem do sistema de coordenadas), caso contrário, todo o processo deve ser reiniciado com novo valor arbitrado para flecha na base (ver figura 4), o que mostra a dificuldade de aplicação do método geral sem o uso de ferramentas computacionais.

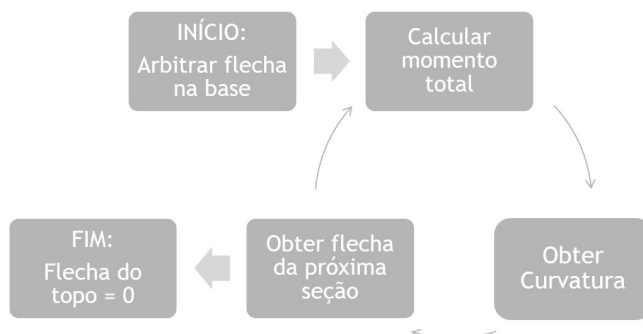


Figura 4 – Aplicação do método geral com variação das flechas (elaborado pelos autores (2019))

3 Cálculo do Momento Total Solicitante

3.1 Ferramentas Utilizadas

Para o cálculo do momento total solicitante pelos métodos aproximados, este trabalho optou por elaborar e utilizar uma planilha eletrônica no aplicativo Microsoft Office Excel (ver figura 5), utilizando a equação 3 para o método do pilar-padrão com curvatura aproximada e as equações 7 e 8 para o método do pilar-padrão com rigidez k aproximada.

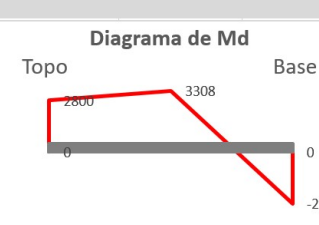
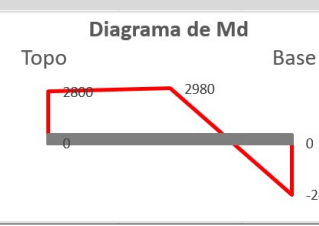
MÉTODO DO PILAR PADRÃO COM CURVATURA APROXIMADA			Diagrama de Md 
Força Normal Adimensional (v)	0,490		
Curvatura Crítica ($1/r$)	0,025 1/m		
Momento de 2ª Ordem (M2d)	2187,50 kNcm		
Momento Total (Md, tot)	3307,50 kNcm		
MÉTODO DO PILAR PADRÃO COM RIGIDEZ K APROXIMADA			Diagrama de Md 
Força Normal Adimensional (v)	0,490		
A	1,0		
B	-24,5438		
C	-156,8		
Momento de 2ª Ordem (M2d)	1860,47 kNcm		
Momento Total (Md, tot)	2980,47 kNcm		

Figura 5 – Planilha de cálculo pelos métodos aproximados

A determinação do momento total solicitante de cálculo pelo método geral foi feita com o auxílio do software *P-Calcul* (ver figura 6), aplicativo para análise de pilares de concreto armado submetidos à flexo-compressão normal ou oblíqua, desenvolvido por Sander David Cardoso Junior em estudo apresentado ao programa de educação continuada da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. O aplicativo está disponível gratuitamente no site da TQS <<https://store.tqs.com.br/apps/calculators>>, na versão 1.4.0.

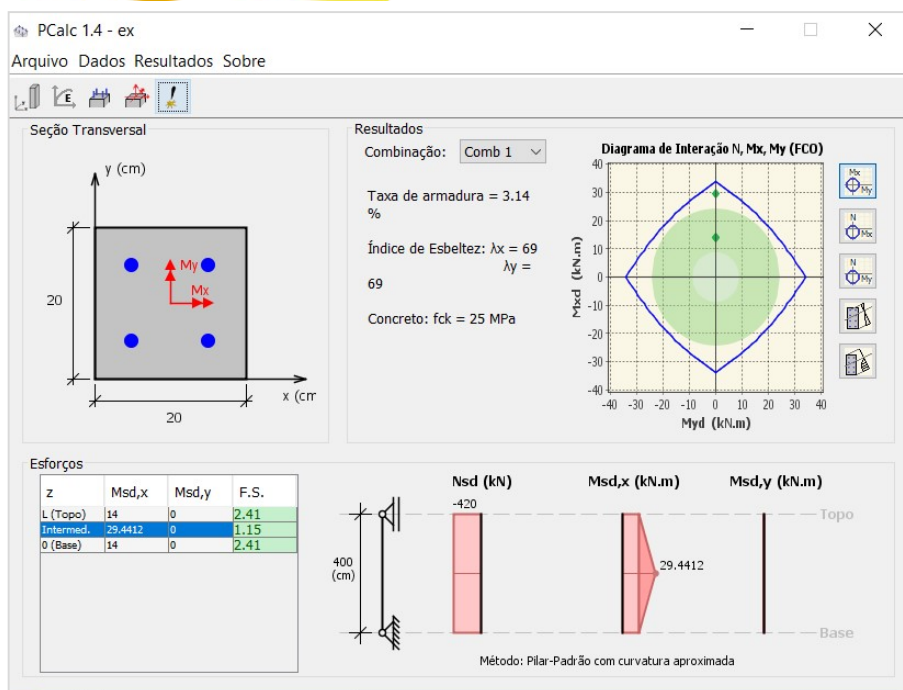


Figura 6 – Tela de resultados do software P-Calc

3.2 Parâmetros do Pilar

Foram definidos os seguintes parâmetros de cálculo do pilar a serem usados nos três métodos de cálculo do momento total solicitante:

- Pilar biapoiado, em concreto armado classe C25 e aço CA-50;
- A seção do pilar adotada foi retangular 20 cm x 20 cm;
- O índice de esbeltez foi variado modificando-se o comprimento do pilar, dentro do intervalo do índice de esbeltez para pilares medianamente esbeltos;
- A armadura escolhida foi de 4 barras de $\varnothing 20,0 \text{ mm}$, (taxa de armadura 4%);
- O pilar está foi submetido à flexo-compressão reta, com momentos iniciais no topo e na base tracionando a mesma face do pilar;
- O coeficiente de majoração das ações no ELU adotado foi 1,4 para todas as ações e o coeficiente de minoração das resistências do concreto e do aço foram 1,4 e 1,15, respectivamente.

3.3 Situações de Cálculo

Para comparar a evolução do momento total de cálculo pelos três métodos, o índice de esbeltez foi variado entre 35 e 90, em intervalos de 5 em 5, alterando apenas o comprimento equivalente do pilar, sem que fosse modificada a seção, para valores de esforço normal característico baixo, moderado e alto (100kN, 200kN e 300kN) e para valores de momentos iniciais característicos leve, médio e acentuado (5kNm, 10kNm e 20kNm), totalizando assim 9 situações, de E1 a E9, conforme tabela 1.



Tabela 1 – Situações de cálculo variando esbeltez de 35 a 90

Momento Inicial	Esforço Normal Nk		
Mk	100kN	200kN	300kN
5kNm	E1	E2	E3
10kNm	E4	E5	E6
20kNm	E7	E8	E9

3 Resultados

As tabelas 2, 3 e 4 a seguir mostram o valor do momento total de cálculo obtido pelos três métodos, para as 9 situações, variando o índice de esbeltez. Conforme foi dito anteriormente, o método geral é um método de verificação, dessa forma, o software P-Calc apontou que em alguns casos o pilar não resistiu às solicitações, esses casos aparecem com um asterisco (*) ao lado do respectivo valor de momento total obtido. As situações E1, E2, E3 e E4 não apresentaram essa condição em nenhum dos casos.

Tabela 2 – Momento total solicitante de cálculo (kNm) para situações E1, E2 e E3

Esbeltez λ	E1			E2			E3		
	Geral	Curvatura	Rigidez	Geral	Curvatura	Rigidez	Geral	Curvatura	Rigidez
35	7,39	8,43	8,05	7,74	9,86	8,55	8,01	10,94	8,85
40	7,51	8,87	8,40	7,99	10,73	9,09	8,37	12,15	9,53
45	7,66	9,36	8,81	8,29	11,73	9,75	8,81	13,51	10,38
50	7,83	9,92	9,27	8,65	12,83	10,53	9,35	15,04	11,43
55	8,02	10,53	9,81	9,09	14,06	11,46	10,02	16,73	12,70
60	8,24	11,20	10,41	9,60	15,40	12,55	10,84	18,58	14,22
65	8,50	11,93	11,09	10,22	16,86	13,80	11,89	20,59	16,02
70	8,79	12,72	11,85	10,97	18,43	15,24	13,22	22,76	18,13
75	9,12	13,56	12,69	11,89	20,13	16,86	14,98	25,10	20,54
80	9,49	14,47	13,61	13,03	21,93	18,67	17,39	27,59	23,26
85	9,92	15,43	14,62	14,47	23,86	20,67	20,83	30,24	26,28
90	10,42	16,45	15,71	16,34	25,90	22,86	26,12	33,06	29,61

Tabela 3 – Momento total solicitante de cálculo (kNm) para situações E4, E5 e E6

Esbeltez λ	E4			E5			E6		
	Geral	Curvatura	Rigidez	Geral	Curvatura	Rigidez	Geral	Curvatura	Rigidez
35	14,77	15,43	15,31	15,48	16,86	16,11	16,02	17,94	16,67
40	15,02	15,87	15,72	15,98	17,73	16,80	16,74	19,15	17,58
45	15,32	16,36	16,19	16,58	18,73	17,61	17,62	20,51	18,66
50	15,66	16,92	16,73	17,31	19,83	18,55	18,70	22,04	19,94
55	16,04	17,53	17,33	18,17	21,06	19,62	20,03	23,73	21,42
60	16,49	18,20	18,00	19,20	22,40	20,83	21,69	25,58	23,12
65	17,00	18,93	18,74	20,44	23,86	22,19	23,77	27,59	25,07
70	17,58	19,72	19,56	21,94	25,43	23,71	26,45	29,76	27,26
75	18,23	20,56	20,44	23,78	27,13	25,38	29,97	32,10	29,72
80	18,99	21,47	21,40	26,06	28,93	27,23	34,77*	34,59	32,45
85	19,85	22,43	22,43	28,94	30,86	29,24	41,65*	37,24	35,45
90	20,83	23,45	23,54	32,68*	32,90	31,42	52,23*	40,06	38,71

Tabela 4 – Momento total solicitante de cálculo (kNm) para situações E7, E8 e E9

Esbeltez	E7			E8			E9		
λ	Geral	Curvatura	Rigidez	Geral	Curvatura	Rigidez	Geral	Curvatura	Rigidez
35	29,55	29,43	29,50	30,95	30,86	30,62	32,04	31,94	31,50
40	30,05	29,87	29,97	31,96	31,73	31,44	33,48	33,15	32,62
45	30,63	30,36	30,49	33,17	32,73	32,39	35,24 *	34,51	33,93
50	31,31	30,92	31,09	34,62 *	33,83	33,46	37,40 *	36,04	35,42
55	32,09	31,53	31,75	36,34 *	35,06	34,67	40,06 *	37,73	37,11
60	32,98	32,20	32,48	38,40 *	36,40	36,01	43,37 *	39,58	39,01
65	33,99	32,93	33,27	40,88 *	37,86	37,49	47,54 *	41,59	41,12
70	35,15	33,72	34,14	43,88 *	39,43	39,11	52,89 *	43,76	43,46
75	36,47	34,56	35,07	47,56 *	41,13	40,88	59,94 *	46,10	46,03
80	37,97 *	35,47	36,08	52,12 *	42,93	42,79	69,55 *	48,59	48,83
85	39,69 *	36,43	37,16	57,88 *	44,86	44,86	83,30 *	51,24	51,88
90	41,67 *	37,45	38,31	65,36 *	46,90	47,09	104,47 *	54,06	55,16

Para uma melhor visualização dos dados dispostos acima, procedeu-se a elaboração de gráficos para cada uma das situações, apresentados nas figuras 6, 7 e 8.

Nas situações E1, E2 e E3, podemos observar que a intensidade do momento total solicitante de cálculo para os primeiros índices de esbeltez é bem divergente para os três métodos estudados (ver figura 7). Nas três situações, o método do pilar-padrão com curvatura aproximada apresenta as maiores intensidades do momento total solicitante de cálculo, seguido pelo método do pilar-padrão com rigidez k aproximada. O método do pilar-padrão com curvatura aproximada apresentou valores até 58% (E1), 69% (E2) e 73% (E3) superiores os obtidos pelo método geral. Já o método do pilar-padrão com rigidez k aproximada apresentou resultados até 51% (E1), 43% (E2) e 37% (N3) superiores aos obtidos pelo método geral.

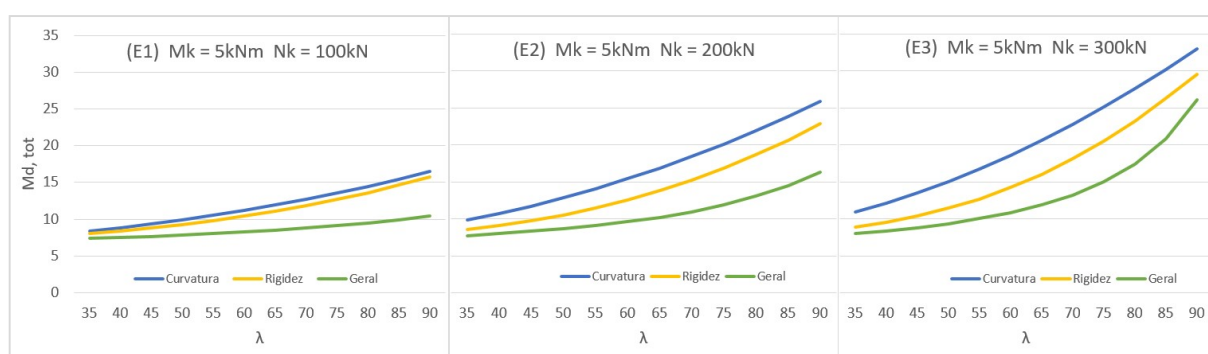


Figura 7 – Momento total solicitante de cálculo (kNm) para situações E1, E2 e E3

Nas situações E4, E5 e E6, nota-se que os resultados obtidos pelos três métodos foram muito próximos (ver figura 8). O método do pilar-padrão com curvatura aproximada apresentou valores até 13% (E4), 17% (E5) e 18% (E6) superiores os obtidos pelo método geral. Já o método do pilar-padrão com rigidez k aproximada apresentou resultados até 13% (E4), 9% (E5) e 7% (N6) superiores aos obtidos pelo método geral. Entretanto, para os maiores índices de esbeltez da situação N6 o método geral apresentou momento total de cálculo superior aos métodos aproximados.

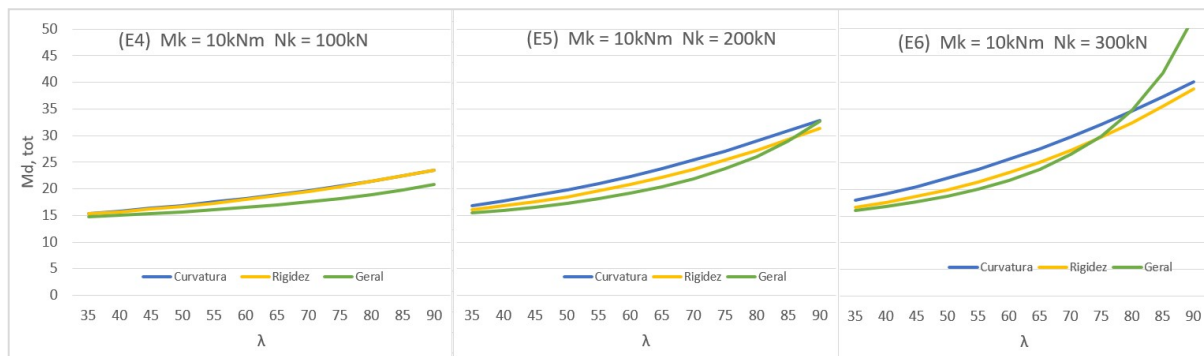


Figura 8 – Momento total solicitante de cálculo (kNm) para situações E4, E5 e E6

Em E7, E8 e E9, observa-se que a intensidade do momento total solicitante de cálculo para os primeiros índices de esbeltez testados é praticamente igual, independentemente do método utilizado para o cálculo (ver figura 9). Com o aumento do índice de esbeltez, a intensidade do momento total solicitante calculado pelo método geral se torna cada vez mais superior ao calculado pelos métodos aproximados, por outro lado, os valores dos métodos aproximados continuam praticamente iguais entre si.

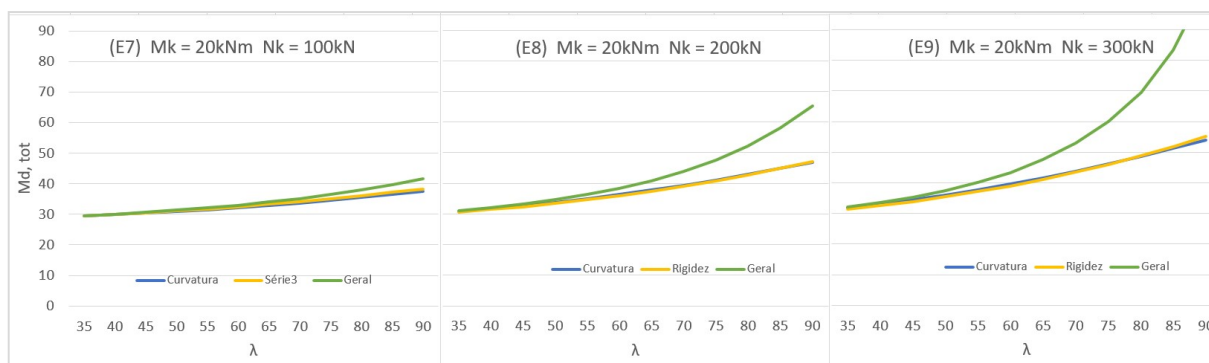


Figura 9 – Momento total solicitante de cálculo (kNm) para situações E7, E8 e E9

É importante observar que, embora nas situações E6, E7, E8 e E9 há casos em que o momento total de cálculo obtido pelo método geral tem valor superior ao obtido pelos métodos aproximados, essa condição se dá quando o pilar não mais resiste à solicitação (valores das tabelas 2, 3 e 4 marcados com asterisco), isto é, já foi esgotada a capacidade resistente, o que leva o projetista a redimensionar o pilar aumentando a seção para reduzir o índice de esbeltez ou modificando o projeto para reduzir os esforços atuantes de primeira ordem, o que faz com que o pilar volte a resistir aos esforços, condição na qual se observa que os métodos aproximados obtêm valores de esforços superiores ou praticamente iguais ao método geral.

4 Conclusão

A comparação entre o método do pilar-padrão com curvatura aproximada, o método do pilar-padrão com rigidez k aproximada e o método geral de cálculo do efeito local de segunda ordem realizada neste trabalho mostrou que o momento total solicitante



Anais do
61º Congresso Brasileiro do Concreto
CBC2019
Outubro / 2019



@ 2019 - IBRACON - ISSN 2175-8182

calculado pelos métodos aproximados é igual ou superior ao obtido pelo método geral, desde que não ocorra o esgotamento da capacidade resistente do pilar, condição identificada nos casos com grande momento inicial, esforço normal e índice de esbeltez combinados. Também foi possível verificar que o método do pilar-padrão com curvatura aproximada apresenta intensidade do momento total superior ao método do pilar-padrão com rigidez k aproximada na maioria dos casos e nos demais apresenta intensidade praticamente igual. As maiores divergências entre os métodos aproximados foram observadas para os menores momentos iniciais, essas foram também as situações nas quais os métodos aproximados se mostraram mais conservadores em relação ao método geral.

Dessa forma, o método do pilar-padrão com curvatura aproximada e o método do pilar-padrão com rigidez k aproximada para determinação do efeito local de segunda ordem apresentam resultados a favor da segurança quando comparados ao método geral, sem, entretanto, divergir excessivamente deste no cálculo de solicitações para as situações mais usuais de pilares de concreto armado, sendo o método do pilar-padrão com rigidez k aproximada o método aproximado com valores mais próximos ao método geral e o método do pilar-padrão com curvatura aproximada método aproximado mais conservador.

5 Referências

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 6118 Projeto de Estruturas de Concreto Armado: Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

BORGES, A.C.L. **Análise de pilares esbeltos de concreto armado solicitados à flexo-compressão oblíqua**. Dissertação. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 1999.

BANKI, A.L. **Método do pilar-padrão com rigidez aproximada**. Informativo da Comunidade AltoQi, n.38, 2004. Disponível em <<http://faq.altoqi.com.br/content/264/639/pt-br/metodo-do-pilar-padrão-com-rigidez-aproximada.html>> Acesso em 26 de Março de 2019.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e Detalhamento de Estruturas Usuais de Concreto Armado**, v. 2. São Paulo. Pini, 2013.

MONCAYO, W. J. Z. **Análise de Segunda Ordem Global em Edifícios com Estrutura de Concreto Armado**. Dissertação. Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2011.

SCADELAI, M. A. **Dimensionamento de Pilares de acordo com a NBR 6118 2003**. Dissertação. Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo. São Carlos, 2004.